

▷ 1. Найдите сумму всех целых решений уравнения

$$|x - \sqrt{x} - 3| + |\sqrt{x} + 7 - x| = 6.$$

Ответ: 4.

▷ 2. Найдите сумму всех натуральных  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$2a + a(3 - \sin^2 x)^2 + 22 \cos^2 x < 88$$

выполняется при всех действительных значениях  $x$ .

Ответ: 15.

▷ 3. Восьмизначное натуральное число  $A$ , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа  $B$  перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число  $B$  взаимно просто с числом 12 и  $B \leq 88888888$ . Найдите наибольшее среди чисел  $A$ , удовлетворяющих этим условиям.

Ответ: 98888887.

▷ 4. В пачке письменных работ абитуриентов - не более 75 работ. Известно, что половина работ в этой пачке имеют оценку отлично. Если убрать три верхние работы, то 48 % оставшихся работ будут с оценкой отлично. Сколько работ было в пачке?

Ответ: 28.

▷ 5. Положительные числа  $x, y, z$  таковы, что

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 75 \\ y^2 + yz + z^2 = 432 \\ z^2 + zx + x^2 = 507. \end{cases}$$

Чему равняется  $(xy + yz + zx)^2$ ?

Ответ: 4800.

▷ 6. Имеются 3 слитка: 1-й слиток - сплав меди и никеля, 2-й слиток - сплав никеля с цинком, 3-й слиток - сплав цинка с медью. Если сплавить 1-й слиток со 2-м, то процент меди в полученном сплаве будет в 2 раза меньше, чем он был в 1-м слитке. Если сплавить 2-й слиток с 3-м, то процент никеля в полученном сплаве будет в 3 раза меньше, чем он был во 2-м слитке. Какой процент цинка будет содержать слиток, полученный при сплаве всех трёх слитков, если во 2-м слитке цинка 12 %, а в 3-м - 5 %?

Ответ: 5,5.

▷ 7. Найти среднеарифметическое всех целых  $b$ , при которых уравнение имеет не одно решение

$$2|x + 1| - 2|x - 2| + |x - 6| = x + b.$$

Ответ: 0,375.

▷ 8. На десяти одинаковых карточках написаны числа 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14. Наугад берутся две карточки. Найти вероятность в виде несократимой дроби  $\frac{m}{n}$  того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима. В ответе записать  $m + n$ .

Ответ: 59.

▷ 9. Пусть  $N$  - количество решений уравнения

$$\sqrt{4 \cos(2x\pi) - 2 \sin(2x\pi)} = 2 \cos(x\pi)$$

на интервале  $(0; 100)$ ,  $a$  - наибольший корень,  $b$  - наименьший корень в промежутке. Чему равно  $\frac{a-b}{N}$ ?

Ответ: 1.

▷ 10. В группе на 16 детей 7 родились в Москве, 4 - в Санкт-Петербурге, 3 - в Казани и 2 - в Урюпинске. Выбирают группу из 4 детей. Какова вероятность, что в выбранной группе есть дети из всех 4 городов? Ответ дать в виде десятичной дроби с двумя десятичными знаками.

Ответ: 0,09.

▷ 1. Найдите сумму всех целых решений уравнения

$$|2\sqrt{x} + 1 - x| + |x - 2\sqrt{x} + 2| = 7.$$

Ответ: 9.

▷ 2. Найдите сумму всех натуральных  $m$ , при каждом из которых неравенство

$$m(3 - \cos^2 x)^2 + 13 \sin^2 x + 65m < 65$$

выполняется при всех действительных значениях  $x$ .

Ответ: 10.

▷ 3. Восьмизначное натуральное число  $A$ , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа  $B$  перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число  $B$  взаимно просто с числом 12 и  $B \geq 44444444$ . Найти наименьшее среди чисел  $A$ , удовлетворяющих этим условиям.

Ответ: 14444446.

▷ 4. В корзине лежало не более 70 грибов. После разбора оказалось, что 52 % из них - белые. Если отложить 3 самых малых гриба, то среди оставшихся будет ровно половина белых. Сколько грибов было в корзине?

Ответ: 25.

▷ 5. Положительные числа  $x, y, z$  таковы, что

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 75 \\ y^2 + yz + z^2 = 121 \\ z^2 + zx + x^2 = 196. \end{cases}$$

Чему равняется  $xy + yz + zx$ ?

Ответ: 110.

▷ 6. Имеются два раствора серной кислоты в виде: первый - 40 % -ный, второй - 60 % -ный. Эти два раствора смешали, а потом добавили 5 литров чистой воды и получили 20 % -ный раствор. Если бы вместо чистой воды добавили 5 литров 80 % -ного раствора, то получили бы 70 % -ный раствор. Сколько было литров 40 % -ного раствора?

Ответ: 1.

▷ 7. Найти сумму квадратов всех целых  $a$ , при которых уравнение имеет ровно один корень меньше 1 и хотя бы один корень больше 11,5

$$|x^2 - 8x - a| = 4x.$$

Ответ: 50.

▷ 8. На десяти одинаковых карточках написаны числа 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24. Наугад берутся две карточки. Найти вероятность в виде несократимой дроби  $\frac{m}{n}$  того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима. В ответе записать  $m + n$ .

Ответ: 61.

▷ 9. Пусть  $N$  - количество решений уравнения

$$\sqrt{\sin(2x\pi) - 2\cos(2x\pi)} = \sqrt{2}\sin(x\pi)$$

на интервале  $(0;100)$ ,  $a$  - наибольший корень,  $b$  - наименьший корень в промежутке. Чему равно  $\frac{a-2b}{N-2}$ ?

Ответ: 1.

▷ 10. В группе на 15 детей 5 родились в Москве, 4 - в Санкт-Петербурге, 2 - в Саратове и 4 - в Козьмодемьянске. Выбирают группу из 4 детей. Какова вероятность, что в выбранной группе есть дети из всех 4 городов? Ответ дать в виде десятичной дроби с двумя десятичными знаками.

Ответ: 0,12.

▷ 1. Найдите решения уравнения

$$|x - \sqrt{x} - 2| + |6 + \sqrt{x} - x| = 8.$$

В ответе запишите целую часть суммы всех решений

Ответ: 12.

▷ 2. Найдите сумму всех натуральных  $k$ , при каждом из которых неравенство

$$29 \sin^2 x + k(5 - \cos^2 x)^2 + 4k < 174$$

выполняется при всех действительных значениях  $x$ .

Ответ: 10.

▷ 3. Девятизначное натуральное число  $A$ , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа  $B$  перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число  $B$  взаимно просто с числом 24 и  $B \leq 666666666$ . Найти наибольшее среди чисел  $A$ , удовлетворяющих этим условиям.

Ответ: 966666665.

▷ 4. В урне лежали белые и чёрные шары, их число не более 55. Число белых относилось к числу чёрных как 3:2. После того, как из урны вынули 4 шара, оказалось, что соотношение белых и чёрных равно 4:3. Сколько шаров лежало в урне?

Ответ: 25.

▷ 5. Положительные числа  $x, y, z$  таковы, что

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 108 \\ y^2 - yz + z^2 = 36 \\ z^2 + zx + x^2 = 144. \end{cases}$$

Найдите  $xy + yz + zx$ .

Ответ: 72.

▷ 6. Имеются два сплава, состоящие из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40 % олова, а второй - 26 % меди. Процентное содержание цинка в первом и во втором сплавах одинаково. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый состав, в котором оказалось 30 % цинка. Определить, сколько кг олова содержится в новом сплаве.

Ответ: 170.

▷ 7. Найти сумму всех целых значений  $a$ , при которых уравнение имеет ровно два корня

$$2|x + 3| - 2|x - 2| + |x - 4| = x + 2a.$$

Ответ: 30.

▷ 8. На десяти одинаковых карточках написаны числа 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38. Наугад берутся две карточки. Найти вероятность в виде несократимой дроби  $\frac{m}{n}$  того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима. В ответе записать  $m + n$ .

Ответ: 49.

▷ 9. Пусть  $N$  - количество решений уравнения

$$\sin(\pi x) + 2 \sin(2\pi x) + \sin(3\pi x) = |1 + 2 \cos(\pi x) + \cos(2\pi x)|$$

на интервале  $(0; 100)$ ,  $a$  - наибольший корень,  $b$  - наименьший корень в промежутке. Чему равно  $\frac{5a+15b}{2N}$ ?

Ответ: 1.

▷ 10. Какова вероятность, что наугад составленное слово из пяти букв русского алфавита (33 букв) будет словом, в котором никакие две соседние буквы не совпадают. Ответ дать в виде десятичной дроби с двумя десятичными знаками.

Ответ: 0,88.

▷ 1. Решить уравнение

$$|3\sqrt{x} + 2 - x| + |x - 3\sqrt{x} + 3| = 9.$$

В ответе запишите среднееарифметическое значение найденных чисел

Ответ: 16.

▷ 2. Найдите сумму всех натуральных  $b$ , при каждом из которых неравенство

$$b + b(4 - \sin^2 x)^2 + 22 \cos^2 x < 110$$

выполняется при всех действительных значениях  $x$ .

Ответ: 55.

▷ 3. Девятизначное натуральное число  $A$ , записанное в десятичной системе счисления, получается из числа  $B$  перестановкой последней цифры на первое место. Известно, что число  $B$  взаимно просто с числом 24 и  $B \geq 666666666$ . Найти наименьшее среди чисел  $A$ , удовлетворяющих этим условиям.

Ответ: 166666667.

▷ 4. Рыбаки поймали  $n$  рыб, из них 48 % окуней. Пять рыб были отпущены в озеро. После этого рыб снова пересчитали и оказалось, что среди оставшихся 50 % составляют окуни. Сколько рыб поймали рыбаки, если известно, что  $30 \leq n \leq 100$ ?

Ответ: 75.

▷ 5. Положительные числа  $x, y, z$  таковы, что

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 169 \\ y^2 - yz + z^2 = 196 \\ z^2 + zx + x^2 = 225. \end{cases}$$

Найдите  $\frac{1}{\sqrt{2}}(xy + yz - zx)$ ?

Ответ: 56.

▷ 6. Имеются 3 слитка: 1-й слиток - сплав меди и никеля, 2-й слиток - сплав никеля с цинком, 3-й слиток - сплав цинка с медью. Если сплавить 1-й слиток со 2-м, то процент меди в полученном сплаве будет в 2 раза меньше, чем он был в 1-м слитке. Если сплавить 2-й слиток с 3-м, то процент никеля в полученном сплаве будет в 3 раза меньше, чем он был во 2-м слитке. Какой процент цинка будет содержать слиток, полученный при сплаве всех трёх слитков, если во 2-м слитке цинка 10 %, а в 3-м - 7 %?

Ответ: 6.

▷ 7. Найти сумму всех целых значений параметра  $a$ , при которых уравнение имеет ровно один корень меньше 1 и хотя бы один корень больше 4

$$|x^2 - 4x + a| = x.$$

Ответ: 5.

▷ 8. На десяти одинаковых карточках написаны числа 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30. Наугад берутся две карточки. Найти вероятность в виде несократимой дроби  $\frac{m}{n}$  того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима. В ответе записать  $m + n$ .

Ответ: 67.

▷ 9. Пусть  $N$  - количество решений уравнения

$$\sin(\pi x) - 2 \sin(2\pi x) + \sin(3\pi x) = |1 - 2 \cos(\pi x) + \cos(2\pi x)|$$

на интервале  $(0; 100)$ ,  $a$  - наибольший корень,  $b$  - наименьший корень в промежутке. Чему равно  $\frac{15a+5b}{N}$ ?

Ответ: 6.

▷ 10. Какова вероятность, что наугад составленное слово из шести букв латинского алфавита (26 букв) будет словом, в котором никакие две соседние буквы не совпадают. Ответ дать в виде десятичной дроби с двумя десятичными знаками.

Ответ: 0,82.